

# Os Elementos de Euclides - Curso Gilead



## Στοιχεῖα

O matemático grego Euclides escreveu Os Elementos, um tratado matemático e geométrico composto de treze livros, em Alexandria por volta do ano 300 a.C. Ele inclui uma coleção de



definições, proposições (teoremas e construções), postulados (axiomas) e evidências matemáticas das proposições. Os treze livros tratam da geometria euclidiana e da teoria dos números elementar na Grécia antiga. Parece que Euclides tinha o objetivo de reunir três teorias importantes que descobriu ao longo de sua vida: a teoria das proporções de Eudoxo (Livro V), a teoria dos irracionais de Teeteto e a teoria dos cinco sólidos regulares. Esta última teoria era significativa para a cosmologia de Platão.

Os Elementos são o tratado grego mais antigo, com exceção do Sobre a Esfera Móvel de Autólico de Pitane, que contém o tratamento de matemática axiomático-dedutivo mais antigo. Ele demonstrou ser útil no desenvolvimento da lógica e da ciência modernas.

Os Elementos de Euclides é o trabalho didático mais bem-sucedido e influente que a humanidade já escreveu. É o primeiro trabalho de matemática a ser impresso em tipos em Veneza em 1482 e é um dos primeiros trabalhos de matemática a ser impresso depois da invenção da prensa móvel. A Bíblia é a única obra com mais edições publicadas, batendo as mil.

## ιστορία (História)

No comentário aos Elementos, Proclo, um matemático grego que viveu vários séculos depois de Euclides, escreveu:

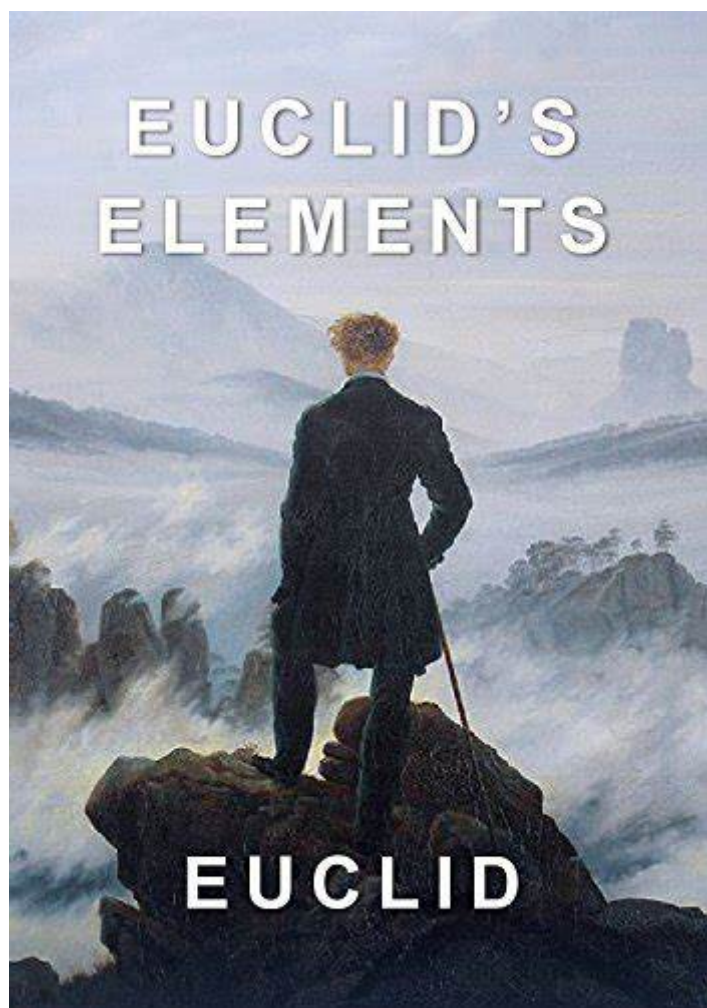
"Euclides, que juntou os Elementos, coletando muitos dos teoremas de Eudoxo, aperfeiçoando muitos dos de Teeteto e também fornecendo demonstrações irrefutáveis de coisas que foram somente fracamente provadas por seus predecessores."

Apesar de figuras conhecidas como Cícero, por exemplo, não há evidências de que o texto foi traduzido para o latim antes de Boécio no século V ou VI. Aproximadamente em 760, Os Elementos foram transmitidos aos árabes; O califa Harune Arraxide traduziu essa versão de Proclo ao árabe cerca de 800. Em 1482, foi publicada a primeira edição impressa, baseada na edição em latim de Giovanni Campano de 1260. Pedro Nunes (1502-1578), que a usou várias vezes em seus escritos, a utilizou. Em 1570, John Dee escreveu um "Prefácio Matemático" amplamente respeitado para a primeira edição inglesa por Henry Billingsley, junto com muitas notas e material adicional.

Angelo Brunelli publicou uma tradução em língua portuguesa dos Livros de I a VI, XI e XII em 1768. Ele usou a tradução latina de Frederico Comandino e incluiu notas de Roberto Sinson (1687-1768). Em 1790, 1792, 1824, 1835, 1839, 1852, 1855 e 1862, novas edições deste livro foram muito usadas nas escolas portuguesas. No entanto, já havia outros livros sobre geometria que eram mais adequados para o ensino nessa época. Um desses livros era o Éléments de Géométrie de Legendre, que também foi traduzido para o português e amplamente utilizado nas escolas brasileiras.

Algumas cópias do texto grego ainda existem na Biblioteca do Vaticano e na Biblioteca Bodleiana de Oxford. Os manuscritos que estão disponíveis são de várias qualidades e geralmente não estão completos. Tem sido feitas suposições sobre o conteúdo dos textos originais, que estão todos perdidos, examinando cuidadosamente os originais e as traduções.

Neste processo, os escritos antigos que se referem aos Elementos e outras teorias matemáticas de Euclides também desempenham um papel significativo. J. L. Heiberg e Sir Thomas Little Heath realizaram essas análises em suas edições do texto. Os escólios, ou anotações ao texto, também são cruciais. Esses adicionais, que quase sempre diferiam do próprio texto (dependendo do manuscrito), se acumularam lentamente ao longo do tempo de acordo com as opiniões que acreditavam que precisavam de uma explicação ou esclarecimento. Algumas delas contribuem ao texto, mas outras não.



Sir Thomas Little Heath

Um exemplar que data de 888 fazia parte da biblioteca do bispo Aretas de Cesareia (Cesareia, na Capadócia) e foi baseado em uma edição com comentários e acréscimos de Teão de Alexandria, um matemático do século IV. As cópias mais antigas que ainda existem são essas. Um exemplar do século IX ou X foi "descoberto" na Biblioteca do Vaticano em 1808, mas baseado em uma versão anterior à de Teão, o que permitiu interessantes comparações.

A tradução completa da obra para o português foi publicada pela primeira vez em 2009. O professor Irineu Bicudo, que trabalha no Departamento de Matemática do Instituto de Geociências e Ciências Exatas (Unesp/RC), é o responsável pelo trabalho.

## Um texto complexo - baseado em *axiomas*

Atualmente, a obra Os Elementos é considerada um texto elementar sobre geometria, embora a coleção de treze livros que a compõem não seja considerada assim. Acredita-se que o rei Ptolomeu solicitou uma estrutura de geometria mais curta do que Os Elementos. Euclides afirmou que "não há estrada real para a geometria" em sua resposta. Sir Thomas Little Heath escreveu recentemente na introdução da edição de 1932 da Everyman's Library.

A verdade é que ele não foi escrito para crianças em idade escolar, mas para homens adultos que teriam o conhecimento e a capacidade de julgamento necessários para apreciar os assuntos extremamente controversos que devem ser abordados em qualquer tentativa de estabelecer os pontos essenciais da geometria euclidiana como um sistema lógico... [http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Extras/Everyman\\_Euclid.html](http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Extras/Everyman_Euclid.html)

A primeira passagem desafiadora do Livro I é chamada de pons asinorum, que em latim significa "ponte de burros". É comum que os burros sejam incapazes de cruzar uma ponte.

## A importância dos *Elementos*

Até hoje, os Elementos são considerados a obra-prima da lógica na matemática. Ele tem demonstrado ser extremamente poderoso em várias áreas da ciência. Os Elementos influenciaram muitos cientistas, incluindo Sir Isaac Newton, Johannes Kepler, Galileo Galilei e Nicolaus Copernicus. Bertrand Russell, Alfred North Whitehead e Baruch Spinoza foram entre os filósofos e matemáticos que tentaram desenvolver seus próprios "elementos" fundamentais de suas respectivas disciplinas, usando as estruturas dedutivas axiomatizadas que foram introduzidas pela obra de Euclides.

A apresentação lógica que os Elementos fizeram da maior parte do conhecimento matemático que Euclides tinha é a principal razão pelo sucesso do livro. Muitas das provas mostram que muito do material não é feito de suas ideias originais. No entanto, o desenvolvimento sistemático do seu assunto – de um pequeno corpo de axiomas a resultados profundos – e a consistência de sua abordagem ao longo dos Elementos encorajou sua utilização como livro didático por mais de dois mil anos. Os livros de geometria contemporâneos ainda são influenciados pelos elementos. Além disso, até hoje, sua abordagem axiomática lógica e suas provas rigorosas são reconhecidas como legítimas.

Os Elementos é principalmente um livro de geometria, mas também inclui resultados da teoria dos números, que hoje são conhecidos como "teoria dos números". Não conseguir desenvolver

uma abordagem construtiva à aritmética levou Euclides a descrever os resultados obtidos na teoria dos números em termos da geometria. Qualquer construção empregada em qualquer uma das afirmações de Euclides exigia uma evidência verdadeiramente possível. Isso ajudou os pitagóricos a evitar o problema com os irracionais, pois suas provas falaciosas normalmente requeriam frases como "Encontre a maior medida comum de..."

## **As definições dos *Elementos***

**I) Ponto é o que não tem partes nem grandeza alguma.**

**II) Linha é o que tem comprimento e não tem largura**

**III) As extremidades da linha são pontos.**

**IV) Linha reta é aquela que está posta igualmente entre as suas extremidades.**

**V) Superfície é o que tem comprimento e largura.**

**VI) As extremidades da superfície são linhas.**

## **- Postulados (Αξιώματα)**

Os três primeiros postulados não são axiomas no sentido moderno, mas ações atômicas cuja realização é bem conhecida e intuitiva.

Seja o seguinte postulado

*Desenhar uma linha reta de um ponto a outro ponto.*

*Produzir uma linha reta finita continuamente em outra linha reta.*

*Escrever um círculo dado qualquer centro e qualquer raio.*

*Todos os ângulos retos são iguais.*

*Se uma linha reta caindo em duas linhas retas faz a soma dos ângulos interiores do mesmo lado ser inferior a dois ângulos retos as duas linhas retas, se produzidas indefinidamente, se encontram naquele lado onde os ângulos são inferiores a dois ângulos retos.*

A geometria promovida por Euclides, busca estabelecer um princípio básico da philosophia clássica grega - a ideia de princípios (axiomas) universais que não podem ser demonstrados, mas que, contudo, não se pode conceber a ciência sem eles.

Shalom a todos - שלום לכולם